

ΓΥΜΝΑΣΙΟ 2010

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Β'

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πώς συμβολίζεται αυτή;
- B.** Ποιος αριθμός ονομάζεται άρρητος;
- Γ.** Πώς ορίζονται οι πραγματικοί αριθμοί;

Θέμα 2^ο

- A.** Τι λέγεται ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- B.** Τι λέγεται εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- Γ.** Μπορεί το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας να είναι οποιοσδήποτε αριθμός ή να υπάρχει περιορισμός;

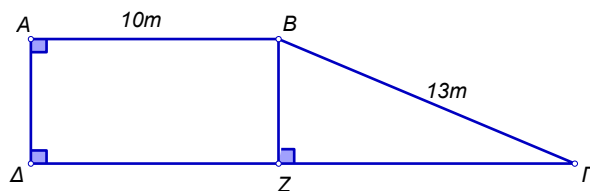
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x + 3}{3} - \frac{3x - 5}{12} = \frac{x - 3}{4} + 2$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο με $AB \parallel \Delta\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$. Αν $AB = 10m$, $B\Gamma = 13m$ και το ύψος BZ έχει μήκος το μισό του μήκους ΔZ , να υπολογίσετε:

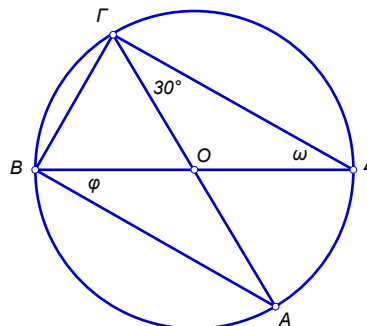


- A.** Την πλευρά $\Delta\Gamma$
- B.** Το εμβαδόν του τριγώνου $BZ\Gamma$.
- Γ.** Το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$

Να δικαιολογήσετε σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος $(O, 10m)$. Αν η γωνία $\Delta\Gamma A = 30^\circ$, να υπολογίσετε:



- A.** Τη γωνία $\Gamma B A$.
- B.** Τη γωνία $AB\Delta = \varphi$.
- Γ.** Τη γωνία $B\Delta\Gamma = \omega$.
- Δ.** Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $\Gamma O B$.

Να δικαιολογήσετε σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;
- B. Γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού;

Θέμα 2^ο

- A. Τι λέγεται ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- B. Τι λέγεται συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- Γ. Ποια σχέση συνδέει την εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με το ημίτονο και το συνημίτονό της;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

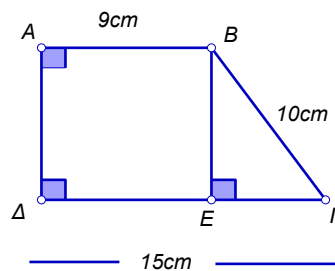
Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση και να παραστήσετε τις λύσεις της στην ευθεία των αριθμών:

$$\frac{x}{6} - \frac{1-2x}{3} < 1 - \frac{2-x}{2}$$

Άσκηση 2^η

Το τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος έχει τις γωνίες Α και Δ ορθές. Επίσης είναι ΑΒ = 9cm, ΒΓ = 10cm και ΓΔ = 15cm. Να υπολογίσετε:

- A. το ύψος ΒΕ του τραpezίου
- B. την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου.



Άσκηση 3^η

Αν το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι $78,5\text{cm}^2$, να βρείτε:

- A. την ακτίνα του ρ
- B. το μήκος του κύκλου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και πώς ονομάζεται ο a ;
- B.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$.
- Γ.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
 - α.** Η γραφική παράσταση της $y = 3x + 2$ έχει κλίση 2.
 - β.** Η γραφική παράσταση της $y = -2x$ περνά από την αρχή των αξόνων.
 - γ.** Οι γραφικές παραστάσεις των $y = kx + \lambda$ και $y = 2x$ για $k = 2$ δεν έχουν κοινό σημείο.
 - δ.** Στη συνάρτηση $y = 5x$ τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Θέμα 2^ο

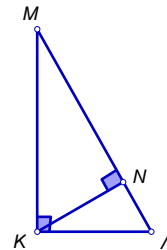
- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Γ. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΚΛΜ ($\hat{K} = 90^\circ$)

είναι ορθογώνιο και $KN \perp ML$. Ποιες από τις

παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α.** $KL^2 + ML^2 = KM^2$
- β.** $KL^2 + KM^2 = ML^2$
- γ.** $KL^2 - ML^2 = KM^2$
- δ.** $MN^2 = KM^2 - KN^2$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$9 - 2 \cdot (x + 2) > x - 4 \cdot (x - 1) \quad \text{και} \quad \frac{2x + 2}{3} - \frac{6x - 3}{2} \geq 2 - \frac{x - 1}{6}$$

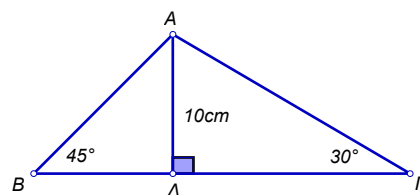
Άσκηση 2^η

Αν το μήκος ενός κύκλου (O, ρ) είναι 50,24cm, να βρείτε:

- A.** Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O, ρ).
- B.** Το μήκος τόξου 45° του κύκλου (O, ρ)
- Γ.** Το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 45° στον κύκλο (O, ρ).

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και $AD = 10\text{cm}$. Αν $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ να βρείτε τις πλευρές ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ.



(Δίνεται: $\sqrt{2} \simeq 1,4$, $\sqrt{3} \simeq 1,7$).

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να σχεδιάσετε τρίγωνο ΔΕΖ με $\hat{A} = 90^\circ$ και να συμπληρώσετε τις ισότητες:
 $EZ^2 = \dots\dots\dots$, $\Delta E^2 = \dots\dots\dots$ και $\Delta Z^2 = \dots\dots\dots$
- Γ.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε μια γωνία xAy λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο (O, ρ);
- B.** Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την επίκεντρη που έχει το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- Γ.** Να σχεδιάσετε μια εγγεγραμμένη γωνία. Αν το αντίστοιχο τόξο της είναι 40° , πόσων μοιρών είναι η εγγεγραμμένη γωνία;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών:

$$8x - 2 \cdot (3x - 1) > -10$$

$$\frac{x+4}{3} - \frac{3x-1}{15} \geq 2 - \frac{4-x}{5}$$

Άσκηση 2^η

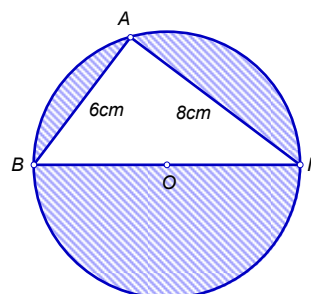
Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 90^\circ$, ΑΓ = 9cm και $\eta\mu \hat{B} = 0,6$.

Να υπολογίσετε τις πλευρές ΒΓ και ΑΒ. (Να κάνετε σχήμα)

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και δίνονται ΑΒ = 6cm και ΑΓ = 8cm.

- A.** Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ.
- B.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- Γ.** Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκι-
ασμένου μέρους του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, $a, \beta \neq 0$ και από ποιο σημείο του άξονα $x'x$ διέρχεται;
- B.** Τι λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$ και με τι ισούται;

Θέμα 2^ο

- A.** Ποιο σχήμα ονομάζεται κανονικό πολύγωνο;
- B.** Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ του κανονικού πολυγώνου με την κεντρική του γωνία ω .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$14(x + 2) + 6(2 - x) > 7(x + 1) \text{ και}$$

$$\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 4}{3} \geq 1 + \frac{x - 2}{4}$$

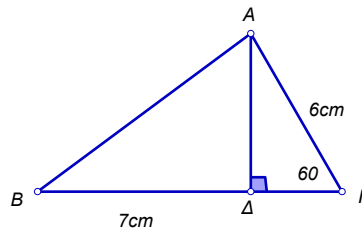
Άσκηση 2^η

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται:

$$\hat{\Gamma} = 60^\circ, A\Gamma = 6\text{cm} \text{ και } B\Delta = 7\text{cm}.$$

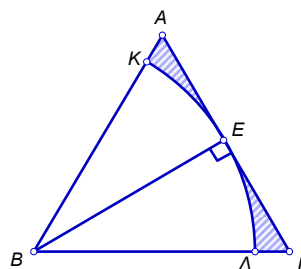
Να υπολογίσετε:

- A.** το ύψος $A\Delta$ του $AB\Gamma$.
- B.** το εμβαδόν του $AB\Gamma$.



Άσκηση 3^η

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς 12cm . Με κέντρο B και ακτίνα $\rho = BE$, όπου BE ύψος του τριγώνου, γράφουμε τόξο $Κ\Lambda$. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα (σχήμα – σχέση).
- β. Να διατυπωθεί το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- γ. Να γραφούν οι τύποι που δίνουν το εμβαδόν:
τετραγώνου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, τραπεζίου (σχήμα).

Θέμα 2^ο

- α. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$. Πως λέγεται το a ;
- β. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$ και για τη γραφική της παράσταση;

(Πρόχειρα σχήματα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

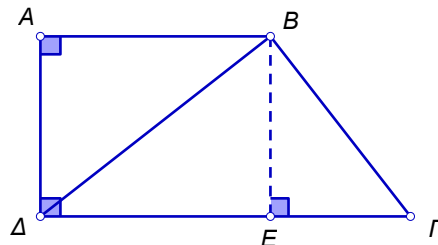
$$1 - \frac{2x-5}{3} > x - \frac{x-16}{6}$$

$$x - \frac{2(3x-1)}{3} - 1 < \frac{x}{2}$$

Άσκηση 2^η

Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται: $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$,

$AB = 16\text{cm}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$, $A\Delta = 12\text{cm}$. Να βρείτε τις $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma\Delta$, τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ . Δείξτε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο.



Άσκηση 3^η

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με περίμετρο 30cm δίνονται $AB = x + 2$, $A\Gamma = 5x - 3$, $B\Gamma = \frac{10x - 4}{2}$.

Να βρεθεί ο x . Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Α. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων:

α. $y = ax$

β. $y = ax + \beta$

γ. $y = \frac{\alpha}{x}$

Β. Ποια συνάρτηση εκφράζει τα ανάλογα και ποια τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά;

Γ. Τι λέγεται κλίση ευθείας;

Θέμα 2^ο

Να πάρετε ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΔ με $\hat{\Delta} = 90^\circ$ και $\widehat{ΑΟΔ} = \omega$.

Α. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας ω .

Β. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.

Γ. Γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$x + 2 \geq 2(3x - 5) - 3 \text{ και } \frac{x+1}{3} - \frac{3x-1}{4} < 1$$

Α. Αν το x είναι πραγματικός αριθμός.

Β. Αν το x είναι ακέραιος.

Άσκηση 2^η

Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 54cm και η βάση του 24cm. Να βρείτε:

Α. Τις ίσες πλευρές

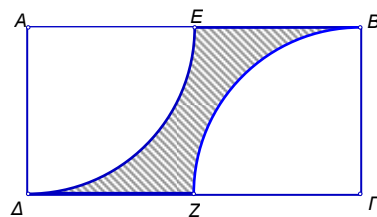
Β. το ύψος και

Γ. το εμβαδόν του τριγώνου.

(Να κάνετε και το αντίστοιχο σχήμα)

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με ΑΒ = 10cm και ΒΓ = 5cm, ενώ τα τόξα ΔΕ και ΒΖ έγιναν με κέντρο τις κορυφές Α και Γ του ορθογωνίου, αντίστοιχα και ακτίνα $\rho = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

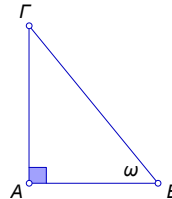
Θέμα 1^ο

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες.

- A. Τετραγωνική ρίζα \sqrt{a} ενόςαριθμού a , λέγεται οαριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο δίνει τον αριθμό
- B. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$
- Γ. Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \dots\dots 0$ και $x^2 = \dots\dots\dots$
- Δ. $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

Θέμα 2^ο

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο του διπλανού σχήματος. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες, την παρακάτω πρόταση και την παρακάτω ανισότητα ορθά συμπληρωμένες:



- A. $\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
- B. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
- Γ. $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$
- Δ. Όταν η οξεία γωνία ω αυξάνεται, τότε το συνημίτονό της
- E. Ισχύει < $\eta\mu\omega$ < και $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι ανισότητες: $2(2x - 1) - 3(x - 1) > 0$ (1) και

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq x - \frac{1}{2} \quad (2)$$

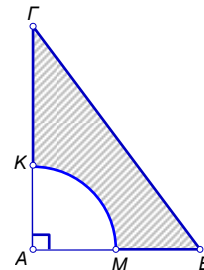
- A. Να λύσετε την ανισότητα (1)
- B. Να λύσετε την ανισότητα (2)
- Γ. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισοτήτων (1) και (2)

Άσκηση 2^η

- A. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (η) που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(1, -2)$.
- B. Βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ), η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία (η) (του ερωτήματος (α)) και διέρχεται από το σημείο $B(3, 1)$.
- Γ. Να βρείτε σε ποια σημεία η ευθεία (ϵ) τέμνει τους άξονες xx' και yy' .

Άσκηση 3^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 10\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$. Έστω M το μέσο της AB , τότε με κέντρο A και ακτίνα AM σχηματίζεται το τόξο MK (όπως παρουσιάζεται στο σχήμα).



- A. Να υπολογίσετε το μήκος της κάθετης πλευράς AG .
- B. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου MK .
- Γ. Να υπολογίσετε το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του παραπάνω σχήματος.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- B.** Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$;
- Γ.** Ποια είναι η κλίση της ευθείας $y = \gamma x + \delta$;

Θέμα 2^ο

Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας B .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

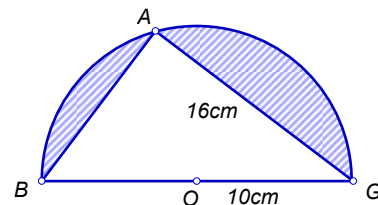
Να βρείτε τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων και να τις παραστήσετε σε άξονα πραγματικών αριθμών:

$$4(x - 3) < 5x \text{ και}$$

$$\frac{x + 4}{3} - \frac{37}{18} \leq \frac{x - 5}{6} - \frac{x - 1}{9}$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $B\Gamma$. Αν η ακτίνα του ημικυκλίου είναι 10cm και η $A\Gamma = 16\text{cm}$



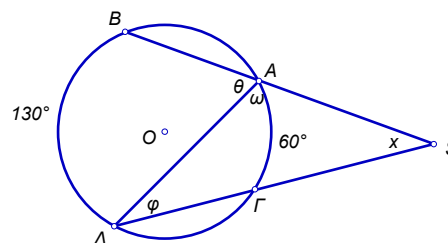
- A.** Να δείξετε ότι η γωνία A είναι ορθή
- B.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- Γ.** Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι:

$$\widehat{A\Gamma} = 60^\circ \text{ και } \widehat{B\Delta} = 130^\circ.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες θ , ω , φ , x του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ$ να οριστούν τα \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} και να εξετάσετε τι τιμές μπορεί να πάρει το ημίτονο και το συνημίτονο (να γίνει σχήμα).

Θέμα 2^ο

- A.** Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και ποια είναι η σημασία του a ;
- B.** Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

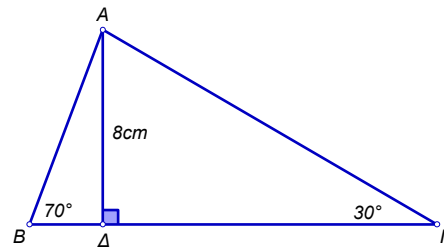
Στο διπλανό τρίγωνο είναι:

Ύψος $AD = 8\text{cm}$, $\hat{B} = 70^\circ$ και $\hat{C} = 30^\circ$.

Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$ καθώς και το εμβαδόν αυτού. Δίνονται:

$\eta\mu 70^\circ = 0,94$ $\sigma\upsilon\nu 70^\circ = 0,34$ $\epsilon\phi 70^\circ = 2,75$

$\eta\mu 30^\circ = 0,5$ $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,87$ $\epsilon\phi 30^\circ = 0,58$



Άσκηση 2^η

- A.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 3\sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} - 2\sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}}$$

$$B = 2(\sqrt{9} - \sqrt{4}) + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{16} - \sqrt{1})$$

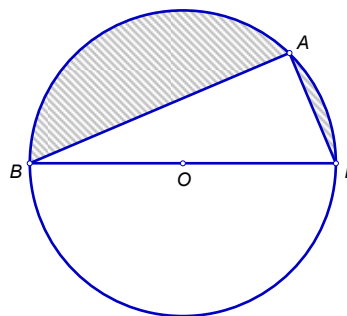
- B.** Αν $A = 0$ και $B = 1$ να εξετάσετε αν η τιμή $x = \sqrt{A + B}$ είναι ρίζα της εξίσωσης:

$$\frac{3(x-2)}{6} - \frac{1-x}{2} = -\frac{x}{2}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 12\text{cm}$, $AG = 5\text{cm}$ και το $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Να βρείτε:

- A.** τη γωνία BAG
- B.** το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- Γ.** το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- α.** Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;
Τι λέγεται κεντρική γωνία ω ενός κανονικού n – γώνου και με τι ισούται;
- β.** Τι λέγεται γωνία φ ενός κανονικού n – γώνου και τι σχέση έχουν η κεντρική γωνία ω με τη γωνία φ του κανονικού n – γώνου;
- γ.** Να εξετάσετε αν υπάρχει κανονικό πολύγωνο που να έχει κεντρική γωνία 16° .

Θέμα 2^ο

- α.** Πότε δύο ποσά x και y λέγονται αντιστρόφως ανάλογα; (ορισμός) Παράδειγμα.
- β.** Αν δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, τι σχέση έχουν τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών τους;
- γ.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών;

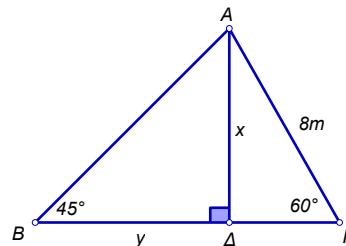
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- α.** Να λύσετε την εξίσωση: $6(\omega + 2) + 3 = 3 - 2(\omega - 4)$
- β.** Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{5-x}{4} + \frac{x+2}{8} \geq x$
- γ.** Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης.

Άσκηση 2^η

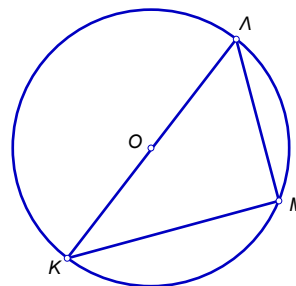
Ένα οικοπέδο έχει σχήμα τριγώνου $AB\Gamma$ (βλέπε σχήμα). Δίνονται γωνία $A\Gamma\Delta = 60^\circ$, γωνία $BA\Delta = 30^\circ$ και $A\Gamma = 8m$. Να υπολογίσετε:



- α.** $A\Delta = x =$; και $B\Delta = y =$;
- β.** το εμβαδόν του οικοπέδου.
- γ.** Πόσο θα πληρώσει κάποιος για την αγορά του αν το κόστος είναι $10.000 \text{ €} / m^2$;

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος (O, ρ) έχει $AM = 3m$, $KM = 4m$.



- α.** Να υπολογιστεί η \widehat{AMK} .
- β.** Να βρεθεί η ακτίνα ρ του κύκλου.
- γ.** Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Αφού μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις, συμπληρώστε στα κουτάκια Σ(σωστό) ή Λ(λάθος):

Όταν δύο ποσά με τιμές x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα τότε:

- α.** το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό
 - β.** ο λόγος των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερός.
- B.** Στον παρακάτω πίνακα τιμών τα ποσά με τιμές x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

x	4	6	10
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$

Γ. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$.

Θέμα 2^ο

- A.** Τι ονομάζεται κανονικό πολύγωνο;
- B.** Να κατασκευάσετε κανονικό n – γωνο (πολύγωνο με n πλευρές)εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) . Να δείξετε σ' αυτό το σχήμα μία κεντρική του γωνία, να την ονομάσετε και να γράψετε τον τύπο που την υπολογίζει.
- Γ.** Στο παραπάνω σχήμα να ονομάσετε μία γωνία του κανονικού n – γώνου και τη σχέση που τη συνδέει με την κεντρική του γωνία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

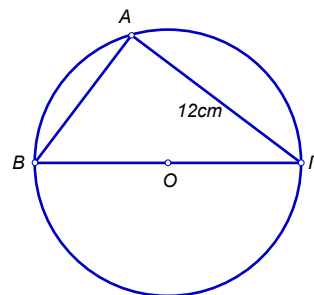
Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{8-x}{6} + \frac{2(x-1)}{3} = \frac{x+12}{2} - \frac{x}{3}$.

Άσκηση 2^η

Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(4,3)$. Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης που έχει την ευθεία αυτή για γραφική παράσταση.

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και το σημείο A βρίσκεται πάνω στον κύκλο. Αν $A\Gamma = 12\text{cm}$ και το εμβαδόν του κύκλου είναι 314 cm^2 να υπολογιστούν:



- A.** η ακτίνα ρ του κύκλου
- B.** το μήκος της πλευράς AB και
- Γ.** το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

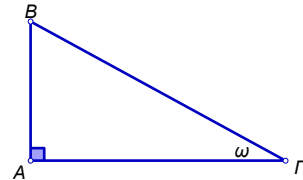
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B. Να γίνει κατάλληλο σχήμα του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ. Γράψτε την ισότητα που προκύπτει από το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Θέμα 2^ο

- A. Γράψτε τους λόγους με τους οποίους ορίζονται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου.
- B. Γράψτε επίσης τους παραπάνω τριγωνομετρικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου ABΓ για την οξεία γωνία ω.
- Γ. Γράψτε τη σχέση που συνδέει τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

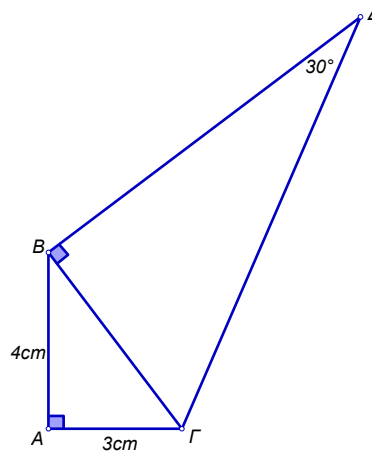
Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$3x - 10 > x + 2 \text{ και } \frac{x+1}{2} - 2(x-3) \leq 4$$

Άσκηση 2^η

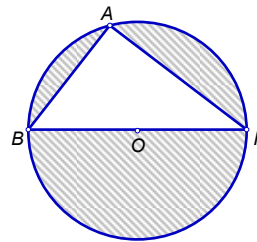
Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα ABΓ και ΓΒΔ, οι πλευρές AB = 4cm, AΓ = 3cm και η γωνία Δ = 30°. Να υπολογισθεί η πλευρά ΓΔ.



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και AB = 6cm, AΓ = 8cm.

- A. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου.
- B. Να υπολογίσετε τον εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Σε ορθογώνιο τρίγωνο να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας οξείας γωνίας του ω .
- B.** Τι τιμές μπορούν να πάρουν το $\eta\omega$ και το $\sigma\omega$ (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
- Γ.** Να αποδείξετε τον τύπο, $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\omega}$.

Θέμα 2^ο

- A.** Να αναφέρετε τους τύπους του μήκους κύκλου και του εμβαδού κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ .
- B.** Πόσες μοίρες και πόσα ακτίνια έχει ο κύκλος;
- Γ.** Να αποδείξετε ότι το μήκος l ενός τόξου μ° ισούται με: $l = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu^\circ}{360^\circ}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης:

$$\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1$$

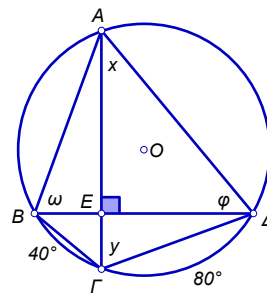
είναι και λύση της ανίσωσης:

$$1 - \frac{2(x-1)}{3} - \left(x - \frac{x-1}{5}\right) > x.$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, ω, ϕ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

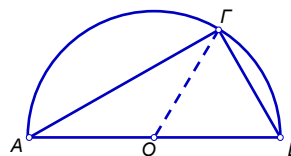


Άσκηση 3^η

Σε ημικύκλιο διαμέτρου $AB = 6\text{cm}$ δίνεται

σημείο του Γ , έτσι ώστε $\widehat{A\Gamma} = 2\widehat{B\Gamma}$.

Να υπολογίσετε τις πλευρές και τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα, να κάνετε το σχήμα και να γράψετε τη σχέση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για το σχήμα που φτιάξατε.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

- A.** Έστω ω μια οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\omega$, $\sigma\eta\omega$ και $\epsilon\phi\omega$, αφού κάνετε το σχήμα.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος.
- α.** $\eta\mu 25^\circ < \eta\mu 35^\circ$
- β.** $\sigma\eta\mu 37^\circ > \sigma\eta\mu 48^\circ$
- γ.** $\epsilon\phi 73^\circ > \epsilon\phi 87^\circ$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

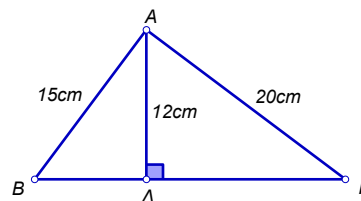
Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{x+1}{2} = \frac{11}{6}$$

Άσκηση 2^η

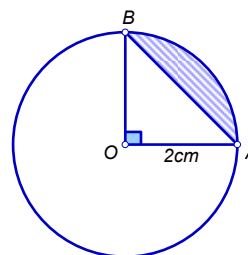
Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε φέρει το ύψος $A\Delta$. Αν $AB = 15\text{cm}$, $A\Delta = 12\text{cm}$ και $A\Gamma = 20\text{cm}$.

- A.** να υπολογίσετε το $B\Delta$
- B.** να υπολογίσετε το $\Delta\Gamma$
- Γ.** να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.



Άσκηση 3^η

Ο παρακάτω κύκλος έχει κέντρο O και ακτίνα 2cm . Αν η γωνία $\widehat{AOB} = 90^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B.** Αν $a \geq 0$ να γράψετε το αποτέλεσμα της παράστασης $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$
- Γ.** Γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού;

Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ, με $\hat{K} = 90^\circ$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να εκφράζουν ή να προκύπτουν από το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$KM^2 = \dots\dots\dots$$

$$LM^2 = \dots\dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$6 - \frac{x-1}{2} \geq \frac{x-3}{3} \text{ και } 7(x+5) > 2(x-1) - 3$$

και να τις παραστήσετε στον άξονα.

Άσκηση 2^η

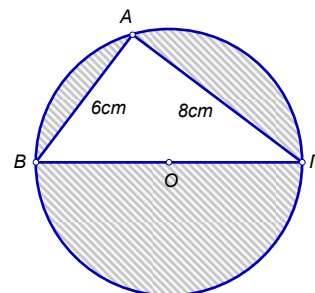
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ = 12cm και ΒΓ = 15cm. Να υπολογίσετε:

- A.** την πλευρά ΑΓ του τριγώνου
- B.** τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Β του τριγώνου.

Άσκηση 3^η

Δίνεται κύκλος (Ο, ρ), μια διάμετρος του ΑΒ και ένα σημείο του Γ τέτοιο ώστε ΑΓ = 6cm και ΒΓ = 8cm.

- A.** Να βρείτε (χωρίς μέτρηση) τη γωνία Γ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- B.** Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου (Ο, ρ).
- Γ.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας θετικού αριθμού.

B. Για τους x, y ισχύει: $y = \sqrt{x}$

Από τα παρακάτω να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

	A	B	Γ
Ο x είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
Ο y είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
Ισχύει η σχέση:	$x^2 = y$	$y^2 = x$	$x^2 = y^2$

Θέμα 2^ο

A. Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου οξείας γωνίας ω ορθογωνίου τριγώνου (σχήμα)

B. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις παρακάτω φράσεις:

α. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε το ημίτονό της.

β. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε το συνημίτονό της.

γ. Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες είναι

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις έχουν την ίδια λύση:

A. $4x + 6 = 1 - x$

B. $x - \frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 1}{5}$

Γ. $5(x - 1) + 10 = 3x + 5$

Άσκηση 2^η

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ είναι:

$AB = AG = 5\text{cm}$ και $BΓ = 6\text{cm}$.

Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ του τριγώνου και το εμβαδόν του.

Άσκηση 3^η

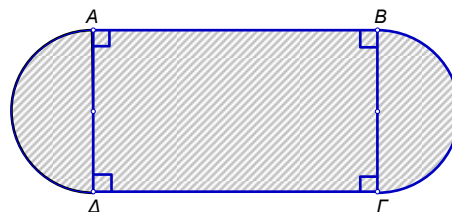
Αν οικόπεδο έχει το παρακάτω σχήμα και

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, ΑΔ και ΒΓ ημικύκλια,

$AD = 20\text{m}$, $\Gamma\Delta = 35\text{m}$, να υπολογίσετε:

A. το εμβαδόν του οικοπέδου

B. πόσα μέτρα συρματοπλέγμα θα χρειαστούμε για να το περιφράξουμε;



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λάθος:

◆ $\sqrt{16} = 8$

◆ $\sqrt{0,9} = 0,3$

◆ $\sqrt{0} = 0$

◆ $\sqrt{-9} = -3$

◆ $\sqrt{(-5)^2} = 5$

◆ $\sqrt{25-9} = 4$

Θέμα 2^ο

Τι ονομάζουμε ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

A. Γράψτε τους παραπάνω τριγωνομετρικούς αριθμούς και με τους κατάλληλους λόγους των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ (κάνετε σχήμα).

B. Συμπληρώστε τους παραπάνω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$\eta\mu 30^\circ = \dots$, $\sigma\upsilon\nu 45^\circ = \dots$, $\eta\mu 60^\circ = \dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις, στη συνέχεια αφού παραστήσετε τις λύσεις τους στον ίδιο άξονα, να βρείτε τις κοινές τους λύσεις:

$$3(x - 2) < 2(x + 1) - x \text{ και } \frac{x - 3}{5} - \frac{7x + 3}{2} \leq \frac{7 - x}{2}$$

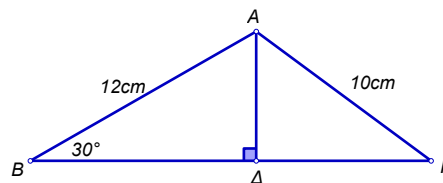
Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα να βρεθούν:

A. Η πλευρά $A\Delta$

B. Η πλευρά $\Delta\Gamma$

Γ. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



Άσκηση 3^η

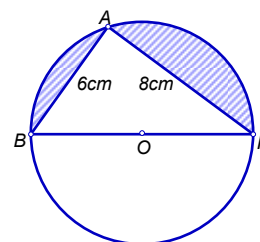
Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε:

A. τη διάμετρο $B\Gamma$

B. το μήκος του κύκλου

Γ. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

Δ. το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

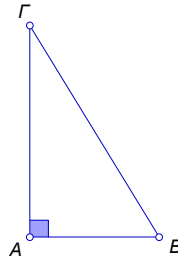


ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω σχέσεις:

- α.** $BΓ^2 = AB^2 - AΓ^2$
- β.** $AΓ^2 = BΓ^2 - AB^2$
- γ.** $AΓ^2 = BΓ^2 + AB^2$
- δ.** $AB^2 = AΓ^2 + BΓ^2$



Θέμα 2^ο

- A.** Τι ονομάζουμε ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- B.** Να σχεδιάσετε ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και να εκφράσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B.
- Γ.** Να γράψετε με τι είναι ίσοι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 60° .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

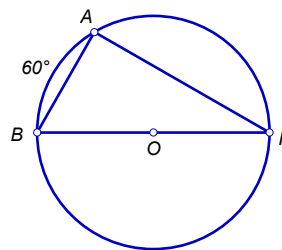
Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$6(x - 3) - 3(x + 1) > 12(x - 5) - 8(x - 4) \text{ και } 1 - \frac{5(x + 1)}{18} \leq \frac{x - 1}{6}$$

Άσκηση 2^η

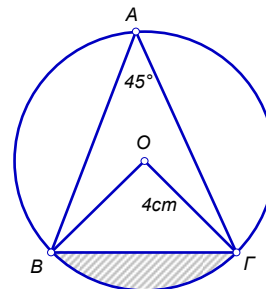
Στο παρακάτω σχήμα η BΓ είναι διάμετρος του κύκλου και $\widehat{AB} = 60^\circ$.

- A.** Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.
- B.** Αν ο κύκλος έχει ακτίνα 4cm, να βρείτε τις πλευρές AB και AΓ.



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) με $\rho = 4\text{cm}$ και γωνία $BAG = 45^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα και εφαρμόστε το σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$.
- B.** Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΚΛΜ, που έχει πλευρές ΚΛ = 5cm, ΛΜ = 12cm, ΜΚ = 13cm, είναι ορθογώνιο (να γίνει σχήμα).

Θέμα 2^ο

- A.** Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;
- B.** Να συμπληρώσετε: Αν $a \geq 0$ και $\sqrt{a} = x$ τότε
- Γ.** Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$, $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

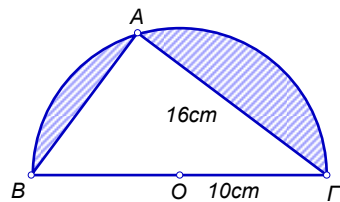
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A.** Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2x-3}{3} - \frac{5x-1}{6} = 2 - \frac{x}{9}$
- B.** Να λυθεί η ανίσωση και να παρασταθεί στην ευθεία των αριθμών η λύση της:
- $$\frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{3} \right) - \frac{x+7}{6} > 2$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε ημικύκλιο κέντρου Ο και διαμέτρου ΒΓ. Αν η ακτίνα του ημικυκλίου είναι 10cm και η ΑΓ = 16cm, να υπολογίσετε:



- A.** τη γωνία Α (δικαιολογήστε την απάντησή σας)
- B.** το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
- Γ.** το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

Άσκηση 3^η

- A.** Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνάει από την αρχή Ο των αξόνων και από το σημείο Α(-2, -8).
- B.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = 4x - 3$:

x	3		-2	
y		5		-4

- Γ.** Ποια σχέση συνδέει τις δύο ευθείες των ερωτημάτων (α) και (β);
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = a \cdot x$
- B.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = a \cdot x + \beta$, $\beta \neq 0$
- Γ.** Να εξετάσετε αν η ευθεία με εξίσωση $y = -3 \cdot x - 11$ διέρχεται από το σημείο $(-2,5)$

Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $AB = 6m$, $B\Gamma = 10m$, $A\Gamma = 8m$.
Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{1}{4} > x - \frac{2x-5}{4} \text{ και}$$

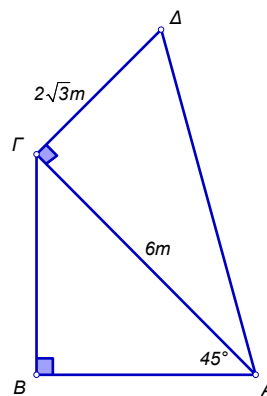
$$4 \cdot (x+2) + 6 < 2 \cdot (x-3)$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα δίνονται

$$\widehat{BA\Gamma} = 45^\circ, A\Gamma = 6m, \Gamma\Delta = 2\sqrt{3}m.$$

Να υπολογίσετε τις πλευρές AB ,
 $A\Delta$ και την εφΔ.

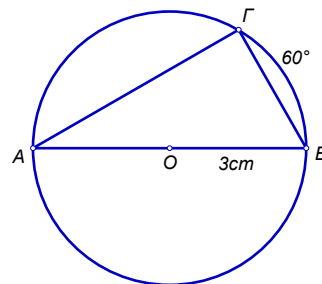


Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι

$$AB = 6cm \text{ και } \widehat{B\Gamma} = 60^\circ.$$

- A.** Να αιτιολογήσετε ότι η γωνία Γ είναι ορθή.
- B.** Να υπολογίσετε τις γωνίες A , B .
- Γ.** Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου.



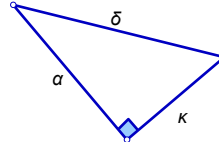
ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πώς συμβολίζεται;

Θέμα 2^ο

- A.** Να γράψετε την πρόταση που είναι γνωστή ως Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να γράψετε την πρόταση που είναι γνωστή ως το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο να γράψετε την ισότητα που εκφράζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα με τις πλευρές a , δ , κ .



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x+3}{4} - \frac{8x-2}{8} = x - \frac{3x-2}{2}$

Άσκηση 2^η

Ένα κανονικό πολύγωνο έχει γωνία $\varphi = 140^\circ$.

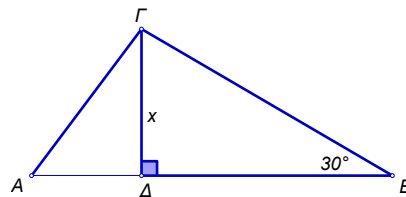
- A.** Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η κεντρική γωνία ω .
- B.** Να βρείτε πόσες πλευρές έχει το κανονικό πολύγωνο (δηλαδή το πλήθος n των πλευρών του).

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα είναι $AD = 3$, $AG = 5$, $\hat{B} = 30^\circ$

και $\widehat{ADG} = 90^\circ$.

- A.** Στο ορθογώνιο τρίγωνο ADG να υπολογίσετε με τη βοήθεια του Πυθαγορείου Θεωρήματος την πλευρά $\Delta\Gamma = x$.
- B.** Στη συνέχεια, στο ορθογώνιο τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ να υπολογίσετε με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας την πλευρά $B\Gamma = y$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
- B.** Με ποια σχέση συνδέονται οι τιμές x, y δύο ανάλογων ποσών;
- Γ.** Ποια τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της γραφικής παράστασης που περιγράφει δύο ανάλογα ποσά;

Θέμα 2^ο

Δίνεται κύκλος κέντρου O και ακτίνας ρ .

- A.** Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη και ποια επίκεντρη σ' αυτόν τον κύκλο;
- B.** Ποια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία;
Να κάνετε και το κατάλληλο σχήμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

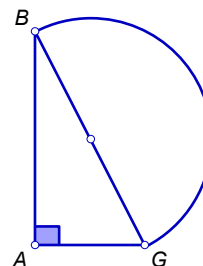
Δίνονται οι ανισώσεις:

$$\frac{2+x}{3} - \frac{x+1}{2} < x + \frac{x-7}{6} \text{ και } \frac{2 \cdot x - 1}{3} > \frac{3 \cdot x - 3}{4}$$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις τους και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών.

Άσκηση 2^η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με A την ορθή γωνία του, $AB = 12\text{cm}$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$. Γράφουμε ημικύκλιο με διάμετρο το τμήμα $B\Gamma$. Υπολογίστε το μήκος του ημικυκλίου καθώς και το εμβαδόν του (δηλαδή του μισού κυκλικού δίσκου).



Άσκηση 3^η

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X και οι αντίστοιχες συχνότητές τους.

X	Συχνότητα (v)
2	5
3	;
4	1
6	7
8	3
Σύνολο	20

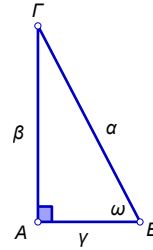
Υπολογίστε:

- A.** τη συχνότητα της παρατήρησης 3
- B.** τη μέση τιμή των παρατηρήσεων
- Γ.** τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

ΘΕΩΡΙΑ

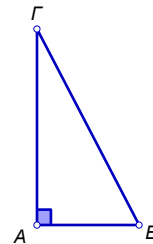
Θέμα 1^ο

- A.** Πώς ορίζεται το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- B.** Δικαιολογήστε γιατί ισχύει $0 < \eta\mu\omega < 1$
- Γ.** Να αποδείξετε τη σχέση: $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.



Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να εκφράσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λάθος τις ισότητες:
 - α.** $AG^2 = BG^2 - AB^2$
 - β.** $AB^2 = AG^2 + BG^2$
 - γ.** $AB^2 - AG^2 = BG^2$



που αναφέρονται στο διπλανό ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) τρίγωνο ABΓ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές, αν υπάρχουν, λύσεις των ανισώσεων:

$$4 - \frac{x+4}{2} > 1 - x \text{ και } 1 - \frac{5x}{4} \geq -\frac{3}{2}$$

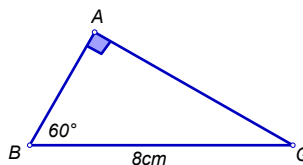
και να τις παραστήσετε στην ευθεία των ρητών αριθμών.

Άσκηση 2^η

Το διπλανό ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) τρίγωνο

ABΓ έχει υποτείνουσα $B\Gamma = 8\text{cm}$.

Να βρείτε τις πλευρές AB και AG.



Άσκηση 3^η

Δίνεται η ευθεία: $-2x + y = 4$.

- A.** Να βρείτε την κλίση της ευθείας.
- B.** Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας αυτής με τους άξονες.
- Γ.** Το σημείο $A(-1, 2)$ είναι και σημείο της δοθείσας ευθείας; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) τι ονομάζεται $\eta\mu B$ και τι $\sigma\upsilon\nu B$ για την οξεία γωνία B (να κάνετε σχήμα)
- B.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Γωνία ω	30°	45°	60°
$\eta\mu\omega$			
$\sigma\upsilon\nu\omega$			
$\epsilon\phi\omega$			

Θέμα 2^ο

- A.** Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ):
- α.** $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25}$
- β.** Ο αριθμός $\sqrt{25}$ είναι άρρητος
- γ.** Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A.** Να λύσετε την ανίσωση:

$$-2(x - 18) > 7(x + 1) + 2$$

- B.** Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{x+1}{4} - \frac{2x+3}{5} \geq \frac{3-x}{4} - x$$

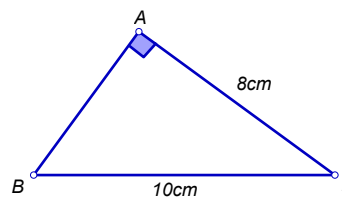
- Γ.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

Άσκηση 2^η

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$).

Αν $A\Gamma = 8\text{m}$ και $B\Gamma = 10\text{m}$

- A.** Να βρείτε την πλευρά AB
- B.** Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου
- Γ.** Να βρείτε το $\eta\mu B$ και το $\sigma\upsilon\nu\Gamma$.



Άσκηση 3^η

Δίνεται η συνάρτηση ευθείας (ϵ): $y = 2x - 4$

- A.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	0		3	
y		0		7

- B.** Να κάνετε γραφική παράσταση της συνάρτησης.
- Γ.** Να εξετάσετε αν το σημείο $A(5, 6)$ ανήκει στην παραπάνω ευθεία.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$
- B.** Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ $\beta \neq 0$, από ποιο σημείο διέρχεται και ποια η σχέση της με τη γραφική παράσταση $y = ax$

Θέμα 2^ο

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 60°
(με το κατάλληλο σχήμα).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

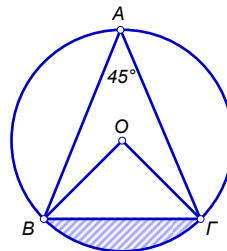
$$5(x + 1) - 9x - 3 \geq -4(x + 2)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2(x-1)}{3} < 0$$

Άσκηση 2^η

Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(-3, 6)$

- A.** Να βρείτε την κλίση της ευθείας
- B.** Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.



Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε κύκλο (O, ρ) με $B\Gamma = 2\sqrt{2}$. Να υπολογίσετε:

- A.** τη γωνία $\widehat{BO\Gamma}$ και την ακτίνα του κύκλου
- B.** το εμβαδόν του κύκλου
- Γ.** το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι λέμε εξίσωση και τι λέμε ανίσωση;
B. Να γράψετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις συμπληρωμένες:
α. Σε μια εξίσωση μπορούμε να «μεταφέρουμε» όρους από το ένα μέλος στο άλλο,.....
β. Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει.....
Γ. Να γράψετε στην κόλλα σας την παρακάτω πρόταση συμπληρωμένη και να τη διατυπώσετε με λόγια.
 Αν $a < b$ και $\gamma < 0$ τότε $a\gamma \dots b\gamma$.

Θέμα 2^ο

- A.** Συμπληρώστε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις:
α. Κάθε γωνία που η κορυφή της ανήκει στον κύκλο και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο λέγεται.....
β. Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή ίσα τόξα είναι.....
γ. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι.....
B. Να αντιστοιχίσετε στην κόλλα σας τα στοιχεία της γραμμής A, με τα στοιχεία της γραμμής B:

ΓΡΑΜΜΗ A	Μήκος κύκλου	Εμβαδόν κυκλικού τομέα	Εμβαδόν κυκλικού δίσκου	Μήκος τόξου	Κεντρική γωνία κανον. Πολυγών.
ΓΡΑΜΜΗ B	$2\pi r \cdot \frac{\mu}{360^\circ}$	$\frac{360^\circ}{\nu}$	$\pi r^2 \cdot \frac{\mu}{360^\circ}$	πr^2	2πr

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Αν $x = \sqrt{49} - 2 \cdot (\sqrt{3})^2 + \sqrt{9^2}$, και $y = \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}.$$

Άσκηση 2^η

Να σχεδιάσετε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και να βρείτε:

- A.** Τη θέση των σημείων: A(2,1), B(6,4), Γ(-6, 8), Δ(-3, -4), E(0, -5).
B. Την απόσταση του σημείου Γ(-6, 8) από την αρχή των αξόνων O(0, 0).
Γ. Την απόσταση μεταξύ των σημείων A(2,1) και B(6, 4).

Άσκηση 3^η

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) η υποτείνουσα ΒΓ είναι 15m και η κάθετη πλευρά ΑΒ είναι κατά 3m μεγαλύτερη από την κάθετη πλευρά ΑΓ. Αν η περίμετρος του ορθογωνίου τριγώνου είναι 36m, να υπολογίσετε:

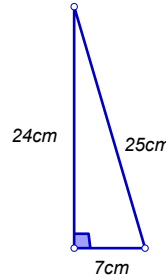
- A.** Τις κάθετες πλευρές ΑΒ και ΑΓ.
B. Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου.
Γ. Το ύψος του ορθογωνίου τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1°

A. Να σχεδιάσετε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και να ορίσετε τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας Β.

B. Για το τρίγωνο του διπλανού σχήματος να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:
ημω =, συνω =, εφω =



Γ. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$, τότε $\epsilon\phi\theta = \dots\dots\dots$

Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση:

A : $\frac{5}{12}$ B : $\frac{12}{5}$ Γ : $\frac{13}{5}$ Δ : $\frac{13}{12}$

Θέμα 2°

A. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και πώς συμβολίζεται;

B. Να συμπληρώσετε:

Αν $a \geq 0$ και $\sqrt{a} = x$, τότε

Γ. Να εξετάσετε αν είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) οι παρακάτω ισότητες:

$\sqrt{8} = 4$, $\sqrt{-4} = -2$, $\sqrt{0} = 0$,
 $\sqrt{0,09} = 0,3$, $(\sqrt{7})^2 = 7$ $\sqrt{100} = 10$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε αν η λύση της εξίσωσης: $\frac{1-2x}{3} - \frac{3x+5}{4} = \frac{2-x}{6}$

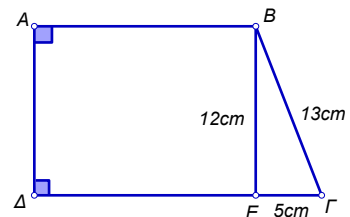
είναι και λύση της ανίσωσης: $3(x-4) - (x-7) < 5(x-2)$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με ΑΒ = 16 cm, ΒΓ = 13 cm, ΒΕ = 12 cm και ΓΕ = 5cm.

A. Να εξετάσετε αν το ΒΕ είναι ύψος του τραpezίου.

B. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου.



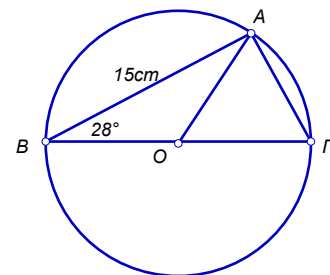
Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο και διαμέτρου ΒΓ = 17 cm.

A. Να αιτιολογήσετε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ.

B. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΓ, αν ΑΒ = 15 cm

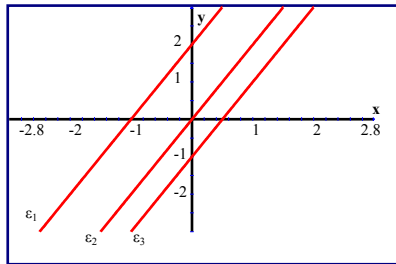
Γ. Να υπολογίσετε την επίκεντρη γωνία ΑΟΓ, αν $\hat{B} = 28^\circ$.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Ποια συνάρτηση εκφράζει δύο ανάλογα ποσά x , y και ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής;
- B.** Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ για $\beta \neq 0$ και πώς λέγεται ο αριθμός α ;
- Γ.** Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι τρεις παράλληλες ευθείες της στήλης A. Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία της στήλης A με την εξίσωσή της από τη στήλη B.



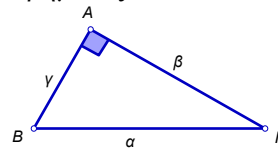
Στήλη A	Στήλη B
ϵ_1	$y = 2x$
ϵ_2	$y = 2x + 1$
ϵ_3	$y = 2x + 2$
	$y = 2x - 1$

Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Το διπλανό τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$.

Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω σχέσεις:

α. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ **β.** $\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2$ **γ.** $\beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

- A.** Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$3(x - 2) < 2(x + 1) - x \text{ και}$$

$$\frac{x - 3}{5} - \frac{7x + 3}{2} \leq \frac{7 - x}{2}$$

- B.** Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων στην ευθεία των αριθμών και να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις τους.

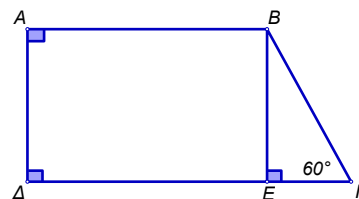
Άσκηση 2^η

Στο διπλανό ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ

με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $AB = 8\text{cm}$,

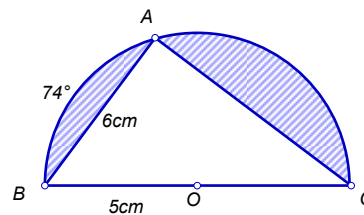
$AD = 3\sqrt{3}\text{cm}$ να υπολογίσετε:

- A.** τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΕ και ΓΕ.
B. την περίμετρο του τραπέζιου ΑΒΓΔ.
Γ. το εμβαδόν του τραπέζιου ΑΒΓΔ.



Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο στο ημικύκλιο κέντρου Ο και διαμέτρου ΒΓ. Δίνονται: $AB = 6\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$ και $\widehat{AB} = 74^\circ$. Να υπολογίσετε:



- A.** τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ (δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας)
B. το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ.
Γ. το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι ονομάζουμε εγγεγραμμένη γωνία; (Ορισμός και σχήμα)
- B.** Ποια είναι η σχέση μιας εγγεγραμμένης και μιας επίκεντρης γωνίας που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο ενός κύκλου;
- Γ.** Με τι ισούται μία εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Θέμα 2^ο

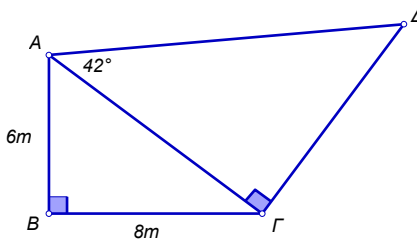
- A.** Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x ;
- B.** Να εξηγήσετε γιατί δεν υπάρχει η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού.
- Γ.** Να αντιγράψετε στο γραπτό σας τις ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε:

$\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$ αν $a \geq 0$, $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 6m$, $B\Gamma = 8m$ και $\widehat{\Gamma A \Delta} = 42^\circ$. Οι γωνίες $AB\Gamma$ και $A\Gamma\Delta$ είναι ορθές. Να υπολογίσετε:

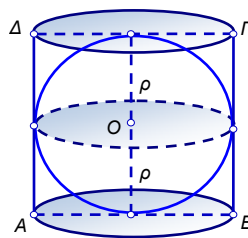


- A.** το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$
- B.** το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$
- Γ.** το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

Δίνονται: $\eta\mu 42^\circ = 0,67$, $\sigma\upsilon\nu 42^\circ = 0,74$, $\epsilon\phi 42^\circ = 0,9$

Άσκηση 2^η

Μία σφαίρα εγγράφεται σε έναν κύλινδρο (δηλ. χωράει ακριβώς μέσα σε έναν κύλινδρο όπως φαίνεται στο σχήμα). Η σφαίρα έχει ακτίνα $\rho = 10m$. Να βρείτε:



- A.** Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.
- B.** Τον όγκο της σφαίρας.
- Γ.** Τον όγκο του χώρου που περικλείεται ανάμεσα στη σφαίρα και τον κύλινδρο.

Δίνεται $\pi = 3,14$

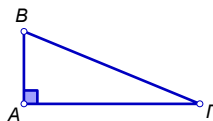
Άσκηση 3^η

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3 + 2x}{2} - \frac{x + 1}{3} = 2 - \frac{5 - x}{4}$.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να αναφέρετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
B. Να εφαρμόσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο



Θέμα 2^ο

- A. Ποια γωνία λέγεται επίκεντρη;
B. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
Γ. Ποια είναι η σχέση μεταξύ μιας επίκεντρης και μιας εγγεγραμμένης που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παρακάτω ανίσωση:

$$\frac{x+1}{2} < \frac{2x+1}{5} + 1$$

- A. Να λυθεί η ανίσωση.
B. Να βρεθούν οι θετικές ακέραιες λύσεις που επαληθεύουν την ανίσωση.

Άσκηση 2^η

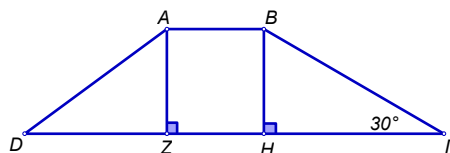
Δίνεται το παρακάτω τραπέζιο ABΓΔ στο οποίο

$$AD = 10\text{cm}, \Delta Z = 8\text{cm}, AB = 6\text{cm} \text{ και } \hat{\Gamma} = 30^\circ.$$

- A. Να υπολογίσετε το ύψος AZ.
B. Να υπολογίσετε τα ΒΓ και ΗΓ.

$$(\text{Δίνεται ότι } \sqrt{108} \approx 10,4)$$

- Γ. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τραπέζιου ABΓΔ.

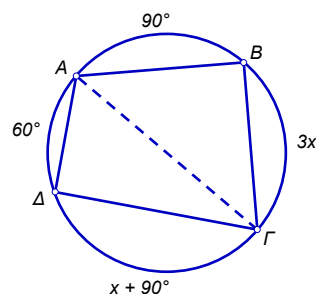


Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τόξο AB είναι 90° , το τόξο ΒΓ είναι

$3x$, το τόξο ΓΔ είναι $x + 90^\circ$ και το τόξο ΔΑ είναι 60° .

- A. Να αποδείξετε ότι το x ισούται με 30° .
B. Να υπολογίσετε τα τόξα ΒΓ και ΓΔ.
Γ. Να εξηγήσετε γιατί το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου.
Δ. Αν το μήκος του ΑΓ είναι 4cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και το μήκος του κύκλου.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα; (παράδειγμα)
Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα; (παράδειγμα)
- B.** Από ποια συνάρτηση εκφράζονται;
- Γ.** Ποια είναι η γραφική τους παράσταση;

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε μία γωνία λέγεται εγγεγραμμένη και πότε επίκεντρη;
- B.** Ποια είναι η σχέση μεταξύ επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο;
- Γ.** Πότε δύο τόξα μ^ο είναι ίσα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε αν η λύση της εξίσωσης: $\frac{x+1}{3} = \frac{3x-2}{2} - \frac{x}{2}$

είναι και λύση της ανίσωσης: $-2(x-18) > 7(x+1) + 2$

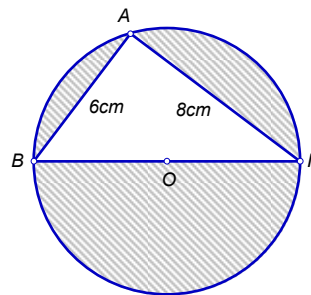
Άσκηση 2^η

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται $AB = 12\text{cm}$ και $\varepsilon\phi\Gamma = 2,4$. Να βρεθούν οι άλλες πλευρές του τριγώνου και οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας B .

Άσκηση 3^η

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) με $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- A.** τη γωνία A (αναλυτικά)
- B.** την ακτίνα του κύκλου και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Γ.** το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να γράψετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2$ ποια είναι η ορθή γωνία;
Να κάνετε το σχήμα.
- Γ.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

- A.** Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού;
- B.** Ποιοι αριθμοί δεν έχουν τετραγωνική ρίζα και γιατί;
- Γ.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$(\sqrt{\alpha})^2 = \dots\dots \text{ με } \alpha \geq 0$$

$$\sqrt{0} = \dots\dots,$$

$$\sqrt{1} = \dots\dots$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

A. $\frac{x}{4} - x < \frac{1}{6} - \frac{2x}{3}$ **B.** $\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} < 1$

Άσκηση 2^η

Να σχηματίσετε ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΖ με Δ γωνία ορθή όπου ΔΕ = 4cm και ΕΖ = 5cm.

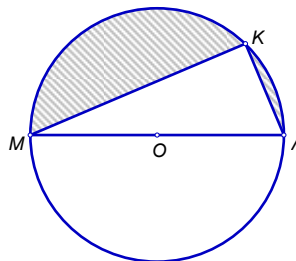
- A.** Να υπολογίσετε τα ημίτονα, συνημίτονα και τις εφαπτομένες των οξείων γωνιών του τριγώνου ΔΕΖ.
- B.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ.

Άσκηση 3^η

Στο σχήμα είναι ΚΛ = 5cm και ΚΜ = 12cm.

Η ΜΛ είναι διάμετρος του κύκλου. Να βρείτε:

- A.** την ακτίνα του κύκλου
- B.** το μήκος του κύκλου
- Γ.** το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Εάν ω είναι μία οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου να ορίσετε τα ημω και συνω (ορισμοί, σχήμα).
- B.** Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το ημω και συνω.
- Γ.** Όταν αυξάνεται η γωνία ω πώς μεταβάλλεται το ημω και το συνω;

Θέμα 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ με $\hat{K} = 90^\circ$ να γράψετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- Γ.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών:

A. $5x - 3(x - 2) \leq 6(x - 1)$ και

B. $\frac{x+1}{8} - \frac{x-5}{2} > -\frac{2x-7}{4}$

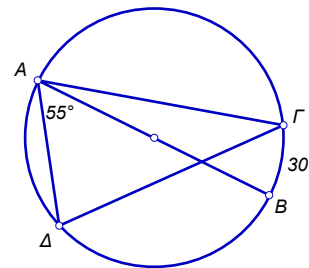
Άσκηση 2^η

Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $-2x + y = 6$, με x, y πραγματικούς αριθμούς:

- A.** Να βρείτε τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες.
- B.** Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
- Γ.** Να βρείτε την κλίση της ευθείας.

Άσκηση 3^η

Στο πλαϊνό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου, η γωνία $\Delta AB = 55^\circ$ και το τόξο $\Gamma B = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ και να δείξετε ότι η γωνία $AB\Gamma$ είναι ίση με τη γωνία $A\Delta\Gamma$.
(Να δικαιολογηθούν όλες οι απαντήσεις).



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B. Ποια είναι η σχέση που συνδέει τις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου; (με σχήμα)
- Γ. Διατυπώστε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

- A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού; Πώς συμβολίζεται;
- B. Ποιοι αριθμοί λέγονται άρρητοι; Ποιους άρρητους αριθμούς γνωρίζετε;
- Γ. Εξετάστε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}, \quad \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}, \quad \sqrt{\alpha \pm \beta} = \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις λύσεις τους:

$$1 - \frac{x-2}{6} \geq \frac{2x-1}{3} \quad \text{και} \quad x - 2(x-1) \leq x - 2$$

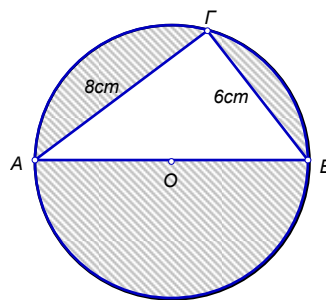
Άσκηση 2^η

Για να κατέβει με ασφάλεια ένα καροτσάκι τη ράμπα αναπήρων θα πρέπει η γωνία ω που σχηματίζει η ράμπα με το δρόμο να μην υπερβαίνει τις 20° . Αν η ράμπα είναι 2,5m και η απόσταση από το έδαφος 75cm κατεβαίνει με ασφάλεια το καροτσάκι;

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα να βρεθούν:

- B. AB
- Γ. το εμβαδόν του κύκλου
- Δ. το εμβαδόν του $\triangle AB\Gamma$
- E. το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- B.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ όπου $\beta \neq 0$;
- Γ.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ όπου $\alpha < 0$;

Θέμα 2^ο

- A.** Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με ($\hat{A} = 90^\circ$) και με βάση αυτό το σχήμα να γράψετε συμπληρωμένες τις ισότητες:
 $\eta\mu B = \dots\dots$ $\sigma\upsilon\nu B = \dots\dots\dots$ $\epsilon\phi B = \dots\dots\dots$
- B.** Να δικαιολογήσετε ότι: $\sigma\upsilon\nu B < 1$
- Γ.** Να δικαιολογήσετε ότι: $\eta\mu B < \epsilon\phi B$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{4} < -\frac{1}{4} \text{ και}$$

$$\frac{2x+5}{2} \geq \frac{x+7}{4}.$$

Άσκηση 2^η

Ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο 36cm και ίσες πλευρές $AB = A\Gamma = 13\text{cm}$. Να υπολογίσετε τη βάση του $B\Gamma$, το ύψος του $A\Delta$ και το εμβαδόν του.

Άσκηση 3^η

Σε ένα κύκλο δύο κάθετες χορδές του είναι $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$. Να υπολογίσετε την ακτίνα, το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι ονομάζουμε συνάρτηση;
- B.** Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση συνάρτησης;
- Γ.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης με τύπο $y = 2x - 5$ (Δείξτε αναλυτικά με ποιο τρόπο συμπληρώσατε τον πίνακα).

x	-1		1		3
y		0		2	

Θέμα 2^ο

- A.** Αναφέρατε το Πυθαγόρειο Θεώρημα (*Ευθύ*).
- B.** Αναφέρατε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ.** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με μήκη πλευρών $\alpha = 9\text{cm}$, $\beta = 10\text{cm}$ και $\gamma = 13\text{cm}$. Είναι το τρίγωνο αυτό ορθογώνιο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Βρείτε τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

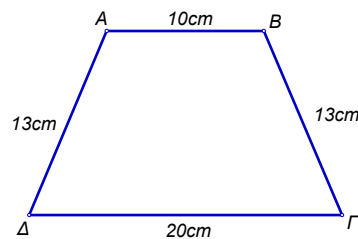
$$\frac{2(x+1)}{3} - \frac{x+2}{2} \geq \frac{1-x}{2} - \frac{13}{6} \text{ και}$$

$$\frac{x-5}{6} - \frac{41}{18} < \frac{x-1}{9} + \frac{x-4}{3}$$

Άσκηση 2^η

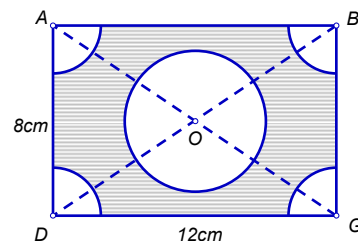
Το τραπέζιο ABΓΔ του διπλανού σχήματος είναι ισοσκελές με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma$. Αν είναι $AB = 10\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 20\text{cm}$, $A\Delta = B\Gamma = 13\text{cm}$, να βρείτε:

- A.** Το ύψος του τραpezίου.
- B.** Το εμβαδόν του τραpezίου.
- Γ.** Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ.



Άσκηση 3^η

Το τετράπλευρο ABΓΔ του διπλανού σχήματος είναι ορθογώνιο με διαστάσεις $\alpha = 12\text{cm}$ και $\beta = 8\text{cm}$. Με κέντρα τις κορυφές του γράφουμε στο εσωτερικό του τεταρτοκύκλια ακτίνας 2cm. Με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων του γράφουμε κύκλο ακτίνας 3cm. Βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Να σχεδιάσετε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$).
- B.** Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο αυτό.
- Γ.** Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Θέμα 2^ο

- A.** Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B.** Γιατί δεν ορίζουμε ρίζα αρνητικού αριθμού;
- Γ.** Αν $a > 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 =$;
- Δ.** $\sqrt{0}$;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

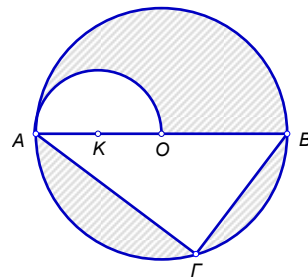
Άσκηση 1^η

Να λύσετε την εξίσωση:

$$3x - \frac{(2x-1)}{3} - \frac{3(3-2x)}{2} + \frac{x+4}{3} - \frac{x}{4} = x - \frac{2x}{3}$$

Άσκηση 2^η

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο και διάμετρο ΑΒ, με ΑΓ = 16cm και ΒΓ = 12cm. Αν με κέντρο Κ και διάμετρο ΟΑ φέρω ημικύκλιο, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα, να υπολογιστεί η περίμετρος και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Άσκηση 3^η

Ορθογώνιο τρίγωνο έχει περίμετρο 30cm, ενώ η μια κάθετη πλευρά του είναι τα $\frac{5}{12}$ της άλλης. Αν η υποτείνουσα είναι 13cm να υπολογίσετε την εφαπτομένη κάθε μιας από τις οξείες γωνίες του.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Αν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε ποια ιδιότητα έχουν οι αντίστοιχες τιμές τους;
- B.** Πώς ονομάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ και που βρίσκεται αν $\alpha < 0$.
- Γ.** Η γραφική παράσταση της $y = \frac{\alpha}{x}$ παρουσιάζει συμμετρία και ως προς τι;

Θέμα 2^ο

- A.** Γράψτε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
- B.** Μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- Γ.** Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, αφού τον αντιγράψετε στην κόλλα αναφοράς:

	30°	45°	60°
ημίτονο			
συνημίτονο			
εφαπτομένη			

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται η εξίσωση: $7 - [x - 2(x - 3) + 1] = 18$

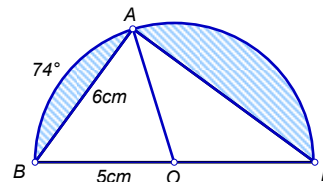
και η ανίσωση: $\frac{2-x}{2} - \frac{2(x-1)}{3} > -1 - \frac{x+4}{4}$

- A.** Να λυθεί η εξίσωση.
- B.** Να λυθεί η ανίσωση και να παρασταθούν οι λύσεις της γραφικά.
- Γ.** Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης ανήκει στις λύσεις της ανίσωσης.

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό ημικύκλιο είναι:

$AB = 6\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$ και $\widehat{AB} = 74^\circ$.



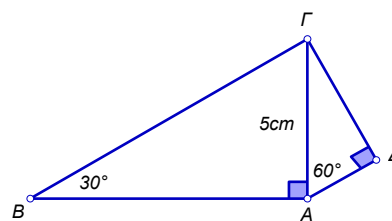
- A.** Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ABΓ.
- B.** Να υπολογιστεί η πλευρά ΑΓ του τριγώνου.
- Γ.** Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα είναι:

$\widehat{BA\Gamma} = \widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma B A} = 30^\circ$

$\widehat{\Gamma A \Delta} = 60^\circ$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$.



Να υπολογίσετε τις πλευρές ΒΓ, ΑΔ και ΓΔ.

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;

B. Να συμπληρώσετε τα κενά:

α. Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$ **β.** $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ):

α. $\sqrt{4} = -2$, **β.** $\sqrt{16+9} = 4+3$, **γ.** $\sqrt{(-13)^2} = 13$, **δ.** $\sqrt{0,4} = 0,2$

Θέμα 2^ο

A. Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;

B. Ποια σχέση συνδέει την εγγεγραμμένη με την επίκεντρη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο;

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ):

α. Το μήκος ενός κύκλου με διάμετρο δ, δίνεται από τον τύπο $l = \pi \cdot \delta$.

β. Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα γωνίας μ μοιρών και ακτίνας ρ δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{\pi \rho^2 \mu}{180^\circ}$$

γ. Ο τύπος μετατροπής ακτινίων α σε μοίρες μ είναι ο $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180^\circ}$.

δ. Το μήκος τόξου ενός κυκλικού τομέα μ μοιρών δίνεται από τον τύπο: $l = \frac{\pi \rho^2 \mu}{360^\circ}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

A. Να λυθεί η ανίσωση:

$$1 - \frac{4-x}{12} + \frac{2x-1}{6} - \frac{2-x}{4} \leq 0$$

B. Να λυθεί η ανίσωση:

$$-1 + 2(-3x-2) < 4 - 3(1-2x)$$

Γ. Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

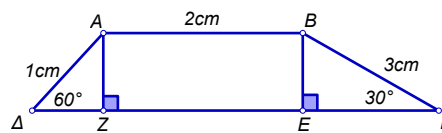
Άσκηση 2^η

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ, ΑΒ // ΓΔ.

A. Αν ΑΒ = 2cm, ΒΓ = $\sqrt{3}$ cm, ΑΔ = 1cm

και $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τα τμήματα ΔΖ, ΖΕ, ΕΓ, ΑΖ.

B. Αν ΔΓ είναι διπλάσια της ΑΒ, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου ΑΒΓΔ..



Άσκηση 3^η

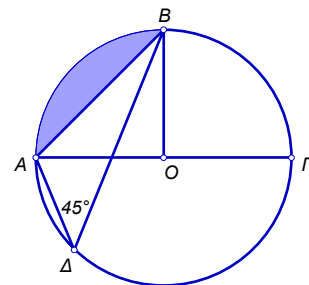
Στο παραπάνω σχήμα η ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου.

Αν το μήκος του κύκλου είναι 8πcm και η \widehat{ADB} είναι 45° , να υπολογίσετε:

A. Την ακτίνα του κύκλου και το τόξο ΒΓ σε μοίρες.

B. Αν η διάμετρος είναι 8cm και $\widehat{AOB} = 90^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ΑΟΒ και το μήκος του τόξου ΑΒ.

Γ. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;
- B.** Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$.
- Γ.** Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως: «σωστή» ή «λάθος».
 - α.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 3x + 2$ έχει κλίση 2.
 - β.** Στη συνάρτηση $y = 12x$ τα ποσά x και y είναι ανάλογα.
 - γ.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x$ περνά από την αρχή των αξόνων.

Θέμα 2^ο

- A.** Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;
- B.** Να γράψετε τους τύπους που δίνουν την κεντρική γωνία ω και τη γωνία φ του κανονικού $n - γώνου$.
- Γ.** Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω πολύγωνα είναι κανονικά:
 - α.** Ορθογώνιο
 - β.** Τετράγωνο
 - γ.** Τραπεζίο
 - δ.** Ισόπλευρο τρίγωνο

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να βρεθούν οι κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{3(x-1)}{6} - \frac{x}{3} - \frac{2(x-1)}{3} - \frac{1}{2}x \leq -\frac{5}{6} \text{ και}$$

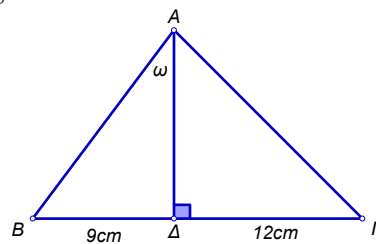
$$\frac{2x-3}{4} + \frac{x-2}{2} < \frac{7}{4}.$$

Άσκηση 2^η

Στο διπλανό σχήμα είναι: η γωνία $\text{BA}\Delta = \omega$ και $\epsilon\varphi\omega = \frac{3}{4}$,

το ευθύγραμμο τμήμα $\text{B}\Delta = 9\text{cm}$ και το $\Delta\Gamma = 16\text{cm}$.

- A.** Να υπολογίσετε το ύψος $\text{A}\Delta$ και τις πλευρές AB , $\text{A}\Gamma$.
- B.** Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\text{A}\text{B}\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Γ.** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ($\text{A}\text{B}\Gamma$).



Άσκηση 3^η

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\text{A}\text{B}\Gamma$ ($\hat{\text{A}} = 90^\circ$), $\text{A}\Gamma = 1\text{cm}$,

$\text{B}\Gamma = 2\text{cm}$. Με κέντρο την κορυφή B και ακτίνα BA γράφουμε τόξο $\text{A}\Delta$ στο εσωτερικό του τριγώνου.

- A.** Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\text{A}\text{B}\Gamma$
- B.** Το μήκος της πλευράς BA .
- Γ.** Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου χωρίου ($\text{A}\Gamma\Delta$) ($\sqrt{3} \approx 1,7$)

