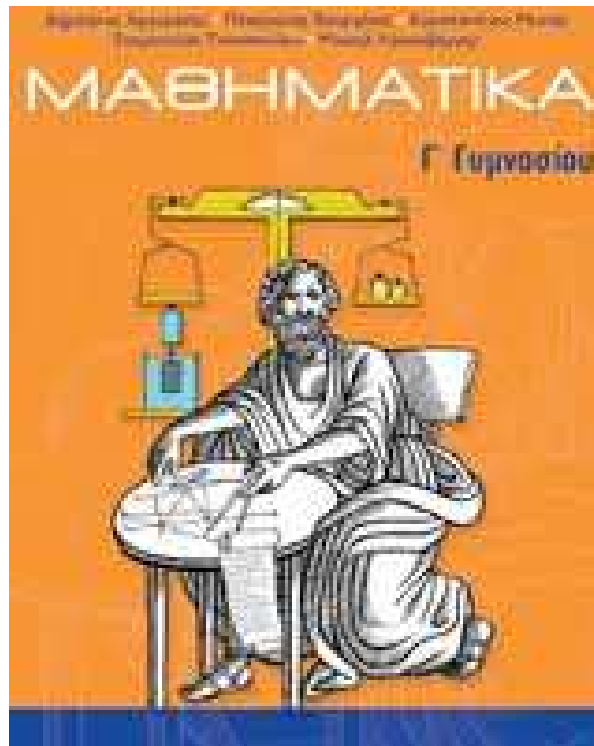


2 ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΥΜΗΤΤΟΥ



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΙΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Η ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Στις εξετάσεις του Μαΐου-Ιουνίου μας δίνονται δύο θέματα θεωρίας και τρεις ασκήσεις. Εμείς θα πρέπει να απαντήσουμε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο ασκήσεις. Δηλαδή θα πρέπει να απαντήσουμε συνολικά σε τρία θέματα. Τα τρία αυτά θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα και το καθένα βαθμολογείται με $20/3=6,66$ μονάδες με άριστα το 20. Κάθε ένα από τα παραπάνω θέματα μπορεί να περιλαμβάνει περισσότερες από μια ερωτήσεις.

2. Παράδειγμα Θεμάτων εξετάσεων Μαΐου-Ιουνίου.

Τα παρακάτω θέματα δίνονται ως παράδειγμα, ώστε οι μαθητές να γνωρίζουν τη δομή των θεμάτων των εξετάσεων. Θα πρέπει να δώσετε έμφαση στη δομή των θεμάτων και όχι στο περιεχόμενο.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΑΞΗ Γ'

Θ Ε Ω Ρ Ι Α

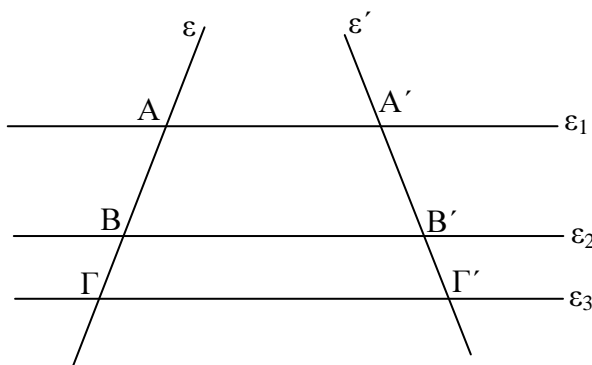
ΘΕΜΑ 1°

- A)** Τι ονομάζεται πολυώνυμο; Δώστε ένα παράδειγμα.
B) Τι ονομάζεται βαθμός πολυωνύμου; Να γράψετε ένα πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού.
Γ) Ποιο είναι το μηδενικό πολυώνυμο;

ΘΕΜΑ 2°

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και οι ευθείες ε και ε' τέμνουν τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 στα σημεία A, A', B, B' και Γ, Γ' αντίστοιχα.

Να διατυπώσετε το Θεώρημα του Θαλή και να γράψετε την αντίστοιχη αναλογία.



(Από τα δύο θέματα θεωρίας θα επιλέξετε και θα απαντήσετε μόνο στο ένα)

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Να λυθεί η εξίσωση:
$$\frac{x}{x+2} + \frac{4}{x} = \frac{x+8}{6}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Δίνονται τα πολυώνυμα: $A(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$ και $B(x) = 3x^2 - 2x$

a) Να βρεθούν τα πολυώνυμα: $\text{i) } P(x) = A(x) + B(x)$

$$\text{ii) } Q(x) = A(x) - B(x)$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή παράστασης $A(1) + B(1) - A(B(1))$

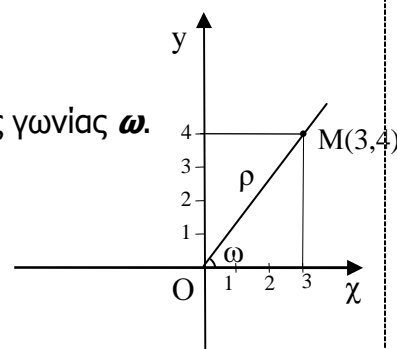
ΑΣΚΗΣΗ 3η

Με την βοήθεια του διπλανού σχήματος:

α) Να βρεθούν τα $\rho = OM$, $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi\omega$, της προσανατολισμένης γωνίας ω .

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = \left[\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2(180^\circ - \omega) \right]^{2012}$$



(Από τις τρεις ασκήσεις θεωρίας θα επιλέξετε και θα απαντήσετε μόνο στις δύο)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Γ' ΤΑΞΗΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) -2(x+1)^2 - (2x+3)(3-2x) + (-x-2)^2$$

$$\beta) -3x(x-2) - (x-1)^3 + (-x+2) - 5x$$

$$\gamma) 4x(x-1)(x-2) + (x+2)^3 + (-3x-2)^2$$

2. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$\alpha) (\alpha + \beta)^3 - (\alpha - \beta)^3 - 6\alpha^2\beta = 2\beta^3$$

$$\beta) (\alpha^2 - 3)^2 - (\alpha - 1)(\alpha^3 - 6\alpha) = \alpha(\alpha^2 - 6) + 9$$

3. Αν $a = x^2 - yz$, $\beta = y^2 - zx$ και $\gamma = z^2 - xy$, να αποδείξετε ότι:

$$a^2 - \beta\gamma = x(\alpha x + \beta y + \gamma z).$$

4. Αν $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ και $\beta = 1 - 2\sqrt{3}$, να υπολογίσετε την παράσταση $a^2 - \beta^2$

5. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) x^2 + a^2 - \beta^2 - 2ax$$

$$\beta) 1 + 2a - \beta^2 - \gamma^2 + a^2 + 2\beta\gamma$$

$$\gamma) x^2 + 7x + 6$$

$$\delta) x^4 - 10x^2 + 25$$

$$\epsilon) 9x^2 + 3xy + \frac{y^2}{4}$$

$$\sigma\tau) 27y^3 - 1$$

$$\zeta) x^3 + 8$$

$$\eta) 9x^2 - (2x-3)^2$$

$$\theta) 18x^3 - 8x$$

$$\iota) 16x^4 - 1$$

$$\iota\alpha) ax + ay + \beta x + \beta y$$

$$\iota\beta) \lambda(2a - \beta) + 6a - 3\beta$$

$$\iota\gamma) 4\lambda^3 - \lambda$$

$$\iota\delta) 5x^2 + x - 4$$

$$\iota\epsilon) 6x^2 - x - 1$$

6. Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4}$$

α) Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ορίζεται

και

β) Να απλοποιηθεί.

7. Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{9x^2 - 4}{4x^2 + 1 - 4x} \cdot \frac{8x^3 - 1}{3x^2 - 2x} \qquad \beta) \frac{10x^2 - 5x}{1 + 4x + 4x^2} \div \frac{25x}{2 - 8x^2}$$

$$\gamma) \frac{1}{2x + 6} + \frac{x - 1}{3x - x^2} - \frac{x}{x^2 - 9} \qquad \delta) \frac{\frac{x^2 + 1}{x} - 2}{1 - \frac{1}{x}}$$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3x^2 - x - 2 = 0$ β) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ γ) $x - 1 = x^2$
 δ) $(2x - 1)^2 - x(x - 1) = 3 + x^2$ ε) $\frac{x^2}{2} - \frac{x - 1}{3} = x - 1$ στ) $1 - \frac{2x - 1}{x + 2} = \frac{3x^2}{x^2 - 4} + \frac{3}{2 - x}$
 ζ) $1 - \frac{2x - 1}{x - x^2} = \frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x}$ η) $2 - \frac{x^2 + 7x}{x^2 - 1} = \frac{2x - 1}{x + 1} + \frac{3}{1 - x}$

9. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} = \frac{x - 2y}{3} \\ x - \frac{2x - y}{4} = \frac{y}{2} \end{cases} \qquad \beta) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$$

γ) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x - 6y = 5 \end{cases}$ δ) $\begin{cases} 2x - 4y = -2 \\ -3x + 6y = 3 \end{cases}$

10. Αν η ευθεία $\varepsilon: y = ax + \beta$, διέρχεται από τα σημεία A(1,-2) και B(-1,3), να βρείτε τις τιμές των a, β .

11. Να βρείτε την ευθεία $\varepsilon: ax + \beta y = 3$, που διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 με $\varepsilon_1: x + y = 1$, $\varepsilon_2: x - y = 3$ και από το σημείο A(5,-2).

12. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: (2\kappa - \lambda)x - (2\lambda - 1)y = -9$, και $\varepsilon_2: (\kappa - 1)x + 4\lambda y = 7$ τέμνονται στο σημείο M(-2,-1), να υπολογίσετε τις τιμές των κ, λ .

13. Δίνονται τα πολυώνυμα: $P(x) = (x + 2)^2 + 9x(x + 2)$, $Q(x) = 25x^2 - 1$ και $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

- i) Να παραγοντοποιηθούν τα $P(x)$ και $Q(x)$
- ii) Να λυθούν οι εξισώσεις $P(x) = 0$ και $Q(x) = 0$
- iii) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $R(x)$
- iv) Να λυθεί η εξίσωση: $R(x) = x + 2$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

1. Να αποδείξετε ότι:

α) $\eta\mu^2 60^\circ + \eta\mu^2 120^\circ = \frac{3}{2}$ β) $\sigma\upsilon\nu^2 150^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 135^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ = \frac{5}{2}$

γ) $\eta\mu 110^\circ + \sigma\upsilon\nu 80^\circ - \eta\mu 70^\circ + \sigma\upsilon\nu 100^\circ = 0$

δ) $\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 60^\circ + \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 150^\circ = 2$

2. Αν για την οξεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$, τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της ω .

3. Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{12}{13}$, τότε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{5\varepsilon\phi\omega - 13\sigma\upsilon\nu\omega}{1 + 13\eta\mu\omega}$$

4. Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\varepsilon\phi\omega = -\sqrt{15}$, τότε να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της ω .

5. Να αποδείξετε τις παρακάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες.

α) $\eta\mu^2\omega - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\omega$ β) $\eta\mu^2\omega - \eta\mu^4\omega = \eta\mu^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega$

γ) $(\alpha\sigma\upsilon\nu\omega + \beta\eta\mu\omega)^2 + (\alpha\eta\mu\omega - \beta\sigma\upsilon\nu\omega)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ δ) $\varepsilon\phi x - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \eta\mu x} = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$

ε) $\varepsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}$

στ) $\eta\mu^4\omega - \sigma\upsilon\nu^4\omega = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\omega$

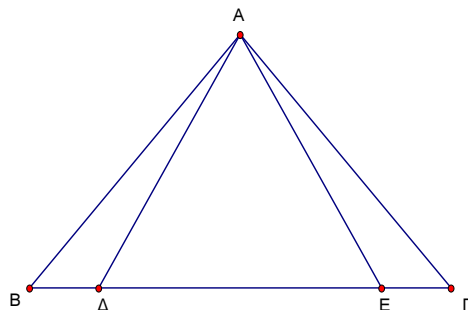
ζ) $\frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = 1 - \sigma\upsilon\nu x$

η) $\frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} = \frac{2}{\eta\mu\omega}$

θ) $\frac{\sigma\upsilon\nu a}{1 - \eta\mu a} - \frac{1 - \eta\mu a}{\sigma\upsilon\nu a} = 2\varepsilon\phi a$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

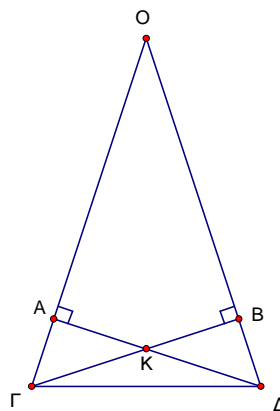
1. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές, με βάση ΒΓ. Αν ΒΔ=ΕΓ, να αποδείξετε ότι και το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.



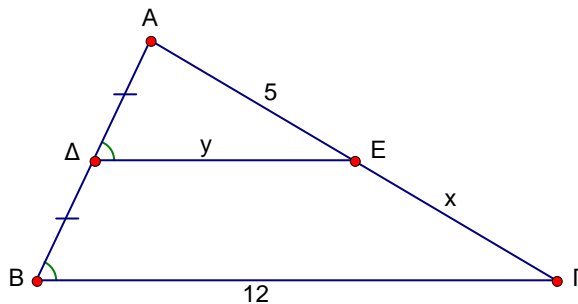
2. Στο διπλανό σχήμα είναι ΟΑ=ΟΒ. Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές.

β) η ΟΚ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{O}

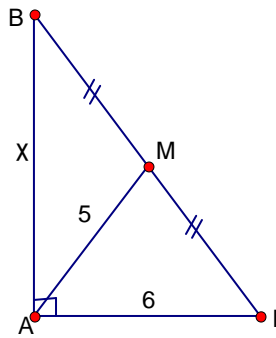


3. Έστω ABΓ ισοσκελές τρίγωνο με AB=ΑΓ. Στην προέκταση της ΒΓ παίρνουμε ένα σημείο Ε και στην προέκταση της ΓΒ ένα σημείο Δ έτσι ώστε ΓΕ=ΒΔ. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Ε ισαπέχουν από τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.



4. Στο διπλανό σχήμα η γωνία \hat{B} είναι ίση με την γωνία $\hat{A}\Delta E$. Να υπολογίσετε το x και το y

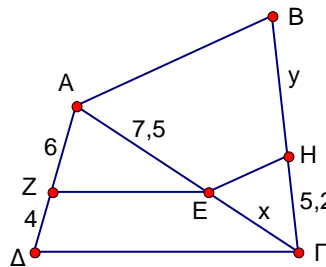
5. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το x



6. Στο διπλανό σχήμα είναι:

$EZ \parallel \Gamma\Delta$ και $EH \parallel AB$.

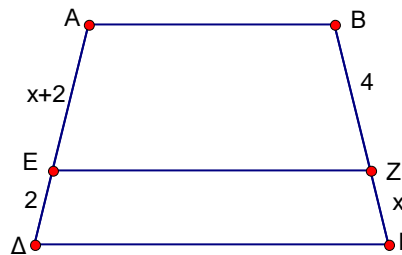
Να υπολογίσετε τα x και y .



7. Στο διπλανό τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$

η EZ είναι παράλληλη στις βάσεις του.

Να υπολογίσετε το x .

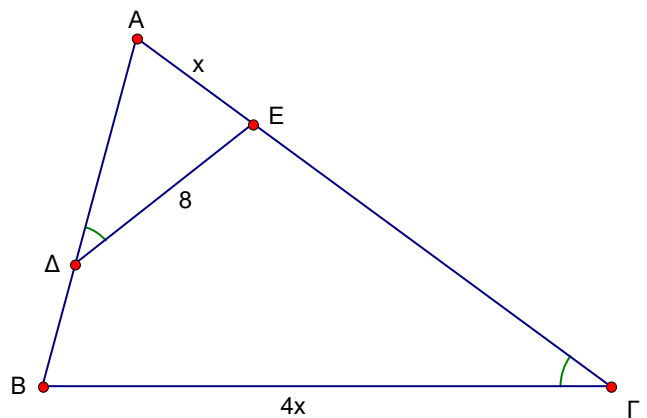


8. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB=10$

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα

$AB\Delta$ και $A\Delta E$ είναι όμοια.

β) Να βρείτε το x



9. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος

του ημικυκλίου και $AB=20$

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα

$A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια

β) Να υπολογίσετε το μήκος του OE .

($A\Delta=15$, $\Delta\Gamma=1$)

